



Wymagania egzaminacyjne na egzamin maturalny z matematyki
Examination requirements for the high school certificate in Mathematics

Poziom rozszerzony / Advanced level

1. Liczby rzeczywiste / 1. Real numbers	
<ol style="list-style-type: none">1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych;3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $ax < ay$, zaś gdy $x < y$ i $0 < a < 1$, to $ax > ay$;6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $x + 4 = 5$, $x - 2 < 3$, $x + 3 > 4$;8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat;9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;	<ol style="list-style-type: none">1) performs operations (addition, subtraction, multiplication, division, exponentiation, taking a logarithm) in the set of real numbers;2) conducts simple proofs related to divisibility of integers and remainders in division which are not more complicated than the proof that product of four consecutive natural numbers is divisible by 24;3) applies properties of roots of any order including nth roots of negative numbers when n is odd;4) applies relations between powers and roots as well as rules for indices;5) takes advantage of monotonicity of exponentiation with emphasis being put on the properties: if $x < y$ and $a > 1$, then $ax < ay$, while if $x < y$ and $0 < a < 1$, then $ax > ay$;6) uses the concept of an interval and marks intervals on the real number line;7) uses geometric and algebraic interpretation of modulus, solves the following types of equations and inequalities: $x + 4 = 5$, $x - 2 < 3$, $x + 3 > 4$;8) takes advantage of rules for indices in real-life problems including calculation of annual compound interest rates and investment profits;9) applies the relation between logarithms and exponentials, uses the product, quotient and power rules for logarithms;10) applies the change-of-base formula for logarithms;11) conducts simple proofs related to divisibility of integers and remainders in division which are not more complicated than the proof that: if a number

<p>10) stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu;</p> <p>11) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.</p>	<p>divided by 5 gives the remainder 3, then its third power divided by 5 gives the remainder 2.</p>
<p>2. Wyrażenia algebraiczne / 2. Algebraic expressions</p>	
<p>1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$;</p> <p>2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;</p> <p>3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;</p> <p>4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$</p> <p>5) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;</p> <p>6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$;</p> <p>7) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>8) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;</p> <p>9) korzysta ze wzorów na: $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$ i $a^3 - b^3$.</p>	<p>1) applies binomial expansion formulae for: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$;</p> <p>2) adds, subtracts and multiplies polynomials of one and several variables;</p> <p>3) extracts a monomial from an algebraic sum;</p> <p>4) factorises polynomials by extracting a common factor and by grouping in examples which are not more complicated than factorisation of the polynomial $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$</p> <p>5) multiplies and divides rational expressions;</p> <p>6) adds and subtracts rational expressions in situations not more complicated than: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$</p> <p>7) finds integer and rational roots of polynomials with integer coefficients;</p> <p>8) divides a polynomial $W(x)$ of one variable by a binomial of the form $x - a$;</p> <p>9) takes advantage of the formulae for: $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$ i $a^3 - b^3$.</p>
<p>3. Równania i nierówności / 3. Equations and inequalities</p>	
<p>1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;</p> <p>2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;</p> <p>3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;</p> <p>4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;</p> <p>5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</p> <p>6) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej;</p>	<p>1) transforms equations and inequalities to their equivalent forms;</p> <p>2) interprets identity and inconsistent equations and inequalities;</p> <p>3) solves linear inequalities with one unknown;</p> <p>4) solves quadratic equations and inequalities;</p> <p>5) solves polynomial equations of the form $W(x) = 0$, where $W(x)$ is a polynomial which is already written in the factored form or which may be factorised by extracting a common factor and by grouping;</p> <p>6) solves rational equations of the form $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$ where the polynomials $V(x)$ and $W(x)$ are given in factored form;</p> <p>7) solves polynomial inequalities such as: $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$,</p>

<p>7) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$, $W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</p> <p>8) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż: $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$</p> <p>9) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;</p> <p>10) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż: $2 x+3 + 3 x-1 = 13, x+2 + 2 x-3 < 11;$</p> <p>11) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.</p>	<p>$W(x) \leq 0$ for polynomials given in the factored form or those that may be factorised by extracting a common factor or by grouping;</p> <p>8) solves rational equations and inequalities which are not more complicated than: $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$</p> <p>9) applies Viète's formulae to quadratic equations;</p> <p>10) solves absolute value equations and inequalities whose difficulty level does not exceed the one of: $2 x+3 + 3 x-1 = 13, x+2 + 2 x-3 < 11$</p> <p>11) analyses linear equations and inequalities involving parameters as well as quadratic equations and inequalities involving parameters, in particular, determines the number of solutions depending on the parameters, gives the conditions under which the solutions have the desired property, and finds the solutions depending on the parameters.</p>
<h4>4. Układy równań / 4. Systems of equations</h4>	
<p>1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;</p> <p>2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;</p> <p>3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, w postaci: $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$</p> <p>4) rozwiązuje układy równań kwadratowych w postaci $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$</p>	<p>1) solves systems of linear equations with two unknowns, gives a geometric interpretation of consistent and inconsistent systems;</p> <p>2) applies systems of equations to solve word problems;</p> <p>3) uses the method of substitution to solve systems of equations one of which is linear and the other one quadratic of the form: $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \text{ or } \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$</p> <p>4) solves the systems of quadratic equations of the form $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$</p>
<h4>5. Funkcje / 5. Functions</h4>	
<p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p>	<p>1) defines functions as an unambiguous assignment introduced by means of a verbal description, table, graph, formula (also those given by different formulae on different parts of the domain, so-called piece-wise functions);</p>

<ol style="list-style-type: none"> 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie; 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane; 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach; 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem; 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje); 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym; 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$; 13) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarymiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi; 14) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = f(x)$. 	<ol style="list-style-type: none"> 2) calculates the value of a function given by an algebraic formula; 3) reads and interprets the values of functions defined by tables, graphs, formulae, etc., also in situations of multiple use of the same source of information or several sources simultaneously; 4) 4) uses the graph of a function to read: domain, range, zeros of a function, intervals of monotonicity, intervals in which the function takes values greater (not less) or less (not greater) than a given number, the largest and smallest values of the function (if they exist) in a given closed interval, and arguments for which the largest and smallest values of the function are attained; 5) interprets the coefficients appearing in the formula of a linear function; 6) determines the formula of a linear function based on information about its graph or its properties; 7) draws the graph of a quadratic function given by the formula; 8) interprets the coefficients in the quadratic function formula in general, canonical and product form (if it exists); 9) determines the formula of a quadratic function based on information about this function or its graph; 10) determines the largest and smallest values of the quadratic function in the closed interval; 11) uses the properties of the linear and quadratic function to interpret geometric, physical and other problems also those which are set in a practical context; 12) draws the graphs of the functions $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ based on the graph of $y = f(x)$; 13) uses exponential and logarithmic functions and their graphs to describe and interpret problems related to practical applications; 14) draws the graph of $y = f(x)$ based on the graph of $y = f(x)$.
6. Ciągi / 6. Sequences	
<ol style="list-style-type: none"> 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący; 3) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 4) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 	<ol style="list-style-type: none"> 1) calculates the terms of a sequence defined by a general formula; 2) for simple examples tests whether the sequence is increasing or decreasing; 3) checks whether a sequence is arithmetic or geometric; 4) applies the formula for the nth term and for the sum of the initial n

<p>5) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</p> <p>6) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <p>7) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych;</p> <p>8) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.</p>	<p>terms of an arithmetic sequence;</p> <p>5) applies the formula for the nth term and for the sum of the initial n terms of a geometric sequence;</p> <p>6) uses the properties of sequences, including arithmetic and geometric ones, to solve problems, also those which are set in a practical context;</p> <p>7) calculates limits of sequences using limits of sequences such as $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ as well as limit laws for the sum, difference, product and quotient of convergent sequences;</p> <p>8) recognises convergent geometric series and calculates their sum.</p>
7. Trygonometria / 7. Trigonometry	
<p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;</p> <p>2) korzysta ze wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$</p> <p>3) stosuje twierdzenie cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$</p> <p>4) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty m.in. z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów);</p> <p>5) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p> <p>6) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;</p> <p>7) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>8) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;</p> <p>9) korzysta ze wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych;</p> <p>10) rozwiązuje równania trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie $4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1$;</p> <p>11) stosuje twierdzenie sinusów;</p> <p>12) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (m.in. z wykorzystaniem twierdzenia sinusów).</p>	<p>1) uses definitions of functions: sine, cosine and tangent for angles from 0° to 180°, in particular finds values of trigonometric functions for the angles 30°, 45°, 60°;</p> <p>2) takes advantage of the formulae $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$</p> <p>3) uses the law of cosines and the formula for the area of a triangle $P = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$</p> <p>4) calculates the angles of a triangle and the lengths of its sides given appropriate data (solves triangles using, among other methods, the law of cosines);</p> <p>5) applies radian measure, converts from radians to degrees and vice versa;</p> <p>6) uses graphs of the functions: sine, cosine and tangent;</p> <p>7) takes advantage of periodicity of the trigonometric functions;</p> <p>8) uses the reduction formulae for the trigonometric functions;</p> <p>9) uses the formulae for sine, cosine and tangent of sum and difference of angles as well as double-angle formulae;</p> <p>10) solves trigonometric equations whose difficulty is not greater than in the example $4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1$;</p> <p>11) uses the law of sines;</p> <p>12) calculates the angles of a triangle and the lengths of its sides given the appropriate data (using, among other methods, the law of sines).</p>
8. Planimetria / 8. Plane geometry	
<p>1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz</p>	<p>1) determines radii and diameters of circles, the lengths of chords of</p>

<p>odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</p> <ol style="list-style-type: none"> 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok; 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności; 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów; 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych; 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu; 7) stosuje twierdzenia: Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych; 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności; 11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur; 12) stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; 13) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa; 14) przeprowadza dowody geometryczne. 	<p>circles and of tangent segments also by means of the Pythagorean theorem;</p> <ol style="list-style-type: none"> 2) recognises acute, right-angled and obtuse-angled triangles with given side lengths (uses, among other methods, the converse of the Pythagorean theorem and the law of cosines); applies the theorem: in a triangle the longest side is opposite the largest interior angle; 3) recognises regular polygons and uses their basic properties; 4) uses the properties of angles and diagonals in rectangles, parallelograms, rhombuses, and trapezoids; 5) applies properties of inscribed and central angles; 6) applies formulae for the area of a sector of a disc and the arc length of a circle; 7) applies Thales's theorem, the angle bisector theorem and the tangent-chord theorem; 8) uses the triangle similarity criteria; 9) uses the relationships between circumferences of similar figures and between the areas of similar figures; 10) indicates the basic points of interest in a triangle: the centre of a circle inscribed in a triangle, the centre of a circle described on a triangle, the centre of gravity and uses their properties; 11) applies trigonometric functions to determine the length of segments in plane figures and to calculate the areas of figures; 12) uses the properties of quadrilaterals inscribed in a circle and described on a circle; 13) applies the converse of Thales's theorem; 14) proves geometric properties of figures.
---	---

9. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej / 9. Coordinate geometry in Cartesian plane

<ol style="list-style-type: none"> 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; 2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostokątność do innej prostej, styczność do okręgu); 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; 	<ol style="list-style-type: none"> 1) recognises the relative position of lines on a plane based on their equations, including finding the point of intersection of two lines, if it exists; 2) 2) uses the equation of a line on a plane in the slope-intercept form and also determines its equation based on the given data (such as, for example, its passing through two given points, the known slope, its being parallel or perpendicular to another line, its tangency to a circle); 3) 3) calculates the distance between two points in the coordinate
--	--

<ol style="list-style-type: none"> 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; 5) oblicza odległość punktu od prostej; 6) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych); 7) posługuje się równaniem prostej w postaci ogólnej na płaszczyźnie, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu); 8) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość; 9) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej. 	<p>system;</p> <ol style="list-style-type: none"> 4) uses the equation of a circle $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 5) calculates the distance of a point from a line; 6) determines the images of circles and polygons in axial symmetries with respect to the coordinate system axis, central symmetry (centred at the origin of the coordinate system); 7) uses the equation of a line on a plane in its general form and, among other things, determines its equation based on the given data (such as, for example, its passing through two given points, its being parallel or perpendicular to another line, its tangency to a circle); 8) knows the concept of a vector and calculates the vector components and magnitude; 9) finds the common points of a line and a circle, and a line and a parabola which is the graph of a quadratic function.
10. Stereometria / 10. Stereometry	
<ol style="list-style-type: none"> 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się; 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną; 3) rozpoznaje w graniastostupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów; 4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastostupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń; 5) wykorzystuje zależność między objętościami graniastostupów oraz ostrosłupów podobnych; 6) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych; 7) posługuje się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami; 8) rozpoznaje w graniastostupach i ostrosłupach kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów; 9) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; 10) wyznacza przekroje sześcienu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii. 	<ol style="list-style-type: none"> 1) recognises the relative position of lines in space, especially non-intersecting, perpendicular lines; 2) uses the concept of an angle between a straight line and a plane; 3) recognises angles between segments in prisms and pyramids (e.g. between two edges, between an edge and a diagonal) and calculates the measures of these angles; 4) calculates the volumes and surface areas of prisms and pyramids, also using trigonometry and known theorems; 5) uses the relationship between the volumes of similar prisms and between the volume of similar pyramids; 6) knows and applies the theorem about a line perpendicular to a plane and the theorem of three perpendiculars; 7) uses the concept of a dihedral angle between half-planes; 8) recognises angles between faces in prisms and pyramids and calculates measures of these angles; 9) finds the section of a cuboid with a plane and determines what type of figure it is; 10) determines sections of cubes and regular pyramids and calculates their areas, using, among other methods, trigonometry.

11. Kombinatoryka / 11. Combinatorics	
<ol style="list-style-type: none"> 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż: <ol style="list-style-type: none"> a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2; b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1. 3) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów; 4) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych. 	<ol style="list-style-type: none"> 1) counts objects in simple combinatorial situations; 2) counts objects, applying the rules of multiplication and addition (also in combination) for any number of operations in situations no more difficult than: <ol style="list-style-type: none"> a) calculating how many four-digit integers which are positive and odd there are such that their decimal notation contains exactly one digit 1 and exactly one digit 2; b) calculating how many four-digit integers which are positive and even there are such that their decimal notation contains exactly one digit 0 and exactly one digit 1. 3) calculates the number of possible situations that meet specific criteria, using the multiplication and addition rule (also in combination) and formulae for the number of: permutations, combinations and variations, also in cases requiring consideration of a model involving counting elements in a more advanced way; 4) uses the binomial coefficient when solving combinatorial problems.
12. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka / 12. Probability theory and statistics	
<ol style="list-style-type: none"> 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym; 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę; 3) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych; 4) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym; 5) stosuje schemat Bernoulliego. 	<ol style="list-style-type: none"> 1) calculates the probability using the classical probability model; 2) calculates the arithmetic mean and weighted average, finds the median and mode; \ 3) calculates the standard deviation of a data set (also in the case of appropriately grouped data), interprets this parameter for empirical data; 4) calculates conditional probability, applies the total probability theorem; 5) calculates probability of the given number of successes in a binomial experiment.
13. Optymalizacja i rachunek różniczkowy / 13. Optimization and differential calculus	
<ol style="list-style-type: none"> 1) Zdający rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową; 2) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne); 3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną 	<ol style="list-style-type: none"> 1) solves optimization tasks in situations that can be described by a quadratic function; 2) calculates limits of functions (including one-sided ones); 3) applies the definition of the derivative of a function, presents

<p>pochodnej;</p> <p>4) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu;</p> <p>5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;</p> <p>6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.</p>	<p>geometric interpretation of the derivative;</p> <p>4) calculates the derivative of a power function with a real exponent and calculates the derivative using the linear rule, the product rule and the quotient rule;</p> <p>5) uses the derivative to test the monotonicity of a function;</p> <p>6) solves optimization problems using the derivative.</p>
---	---