



Wymagania egzaminacyjne na egzamin maturalny z matematyki
Examination requirements for the high school certificate in Mathematics

Poziom podstawowy / Basic level

1. Liczby rzeczywiste / 1. Real numbers	
<ol style="list-style-type: none">1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych;3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $ax < ay$, zaś gdy $x < y$ i $0 < a < 1$, to $ax > ay$;6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $x + 4 = 5$, $x - 2 < 3$, $x + 3 > 4$;8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat;9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.	<ol style="list-style-type: none">1) performs operations (addition, subtraction, multiplication, division, exponentiation, taking a logarithm) in the set of real numbers;2) conducts simple proofs related to divisibility of integers and remainders in division which are not more complicated than the proof that product of four consecutive natural numbers is divisible by 24;3) applies properties of roots of any order including nth roots of negative numbers when n is odd;4) applies relations between powers and roots as well as rules for indices;5) takes advantage of monotonicity of exponentiation with emphasis being put on the properties: if $x < y$ and $a > 1$, then $ax < ay$, while if $x < y$ and $0 < a < 1$, then $ax > ay$;6) uses the concept of an interval and marks intervals on the real number line;7) uses geometric and algebraic interpretation of modulus, solves the following types of equations and inequalities: $x + 4 = 5$, $x - 2 < 3$, $x + 3 > 4$;8) takes advantage of rules for indices in real-life problems including calculation of annual compound interest rates and investment profits;9) applies the relation between logarithms and exponentials, uses the product, quotient and power rules for logarithms.

2. Wyrażenia algebraiczne / 2. Algebraic expressions	
1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$; 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych; 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej; 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$ 5) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; 6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$	1) applies binomial expansion formulae for: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$; 2) adds, subtracts and multiplies polynomials of one and several variables; 3) extracts a monomial from an algebraic sum; 4) factorises polynomials by extracting a common factor and by grouping in examples which are not more complicated than factorisation of the polynomial $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$ 5) multiplies and divides rational expressions; 6) adds and subtracts rational expressions in situations not more complicated than: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$
3. Równania i nierówności / 3. Equations and inequalities	
1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny; 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe; 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą; 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe; 5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania; 6) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.	1) transforms equations and inequalities to their equivalent forms; 2) interprets identity and inconsistent equations and inequalities; 3) solves linear inequalities with one unknown; 4) solves quadratic equations and inequalities; 5) solves polynomial equations of the form $W(x) = 0$, where $W(x)$ is a polynomial which is already written in the factored form or which may be factorised by extracting a common factor and by grouping; 6) solves rational equations of the form $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$ where the polynomials $V(x)$ and $W(x)$ are given in factored form.
4. Układy równań / 4. Systems of equations	
1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych; 2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.	1) solves systems of linear equations with two unknowns, gives a geometric interpretation of consistent and inconsistent systems; 2) applies systems of equations to solve word problems.
5. Funkcje / 5. Functions	
1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu	1) defines functions as an unambiguous assignment introduced by means

<p>słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <ol style="list-style-type: none"> 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym; 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie; 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane; 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach; 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem; 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje); 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym; 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$; 13) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarymiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi. 	<p>of a verbal description, table, graph, formula (also those given by different formulae on different parts of the domain, so-called piece-wise functions);</p> <ol style="list-style-type: none"> 2) calculates the value of a function given by an algebraic formula; 3) reads and interprets the values of functions defined by tables, graphs, formulae, etc., also in situations of multiple use of the same source of information or several sources simultaneously; 4) uses the graph of a function to read: domain, range, zeros of a function, intervals of monotonicity, intervals in which the function takes values greater (not less) or less (not greater) than a given number, the largest and smallest values of the function (if they exist) in a given closed interval, and arguments for which the largest and smallest values of the function are attained; 5) interprets the coefficients appearing in the formula of a linear function; 6) determines the formula of a linear function based on information about its graph or its properties; 7) draws the graph of a quadratic function given by the formula; 8) interprets the coefficients in the quadratic function formula in general, canonical and product form (if it exists); 9) determines the formula of a quadratic function based on information about this function or its graph; 10) determines the largest and smallest values of the quadratic function in the closed interval; 11) uses the properties of the linear and quadratic function to interpret geometric, physical and other problems also those which are set in a practical context; 12) draws the graphs of the functions $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ based on the graph of $y = f(x)$; 13) uses exponential and logarithmic functions and their graphs to describe and interpret problems related to practical applications.
<p>6. Ciągi / 6. Sequences</p>	
<ol style="list-style-type: none"> 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący; 3) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 	<ol style="list-style-type: none"> 1) calculates the terms of a sequence defined by a general formula; 2) for simple examples tests whether the sequence is increasing or decreasing;

<p>4) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p> <p>5) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</p> <p>6) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p>	<p>3) checks whether a sequence is arithmetic or geometric;</p> <p>4) applies the formula for the nth term and for the sum of the initial n terms of an arithmetic sequence;</p> <p>5) applies the formula for the nth term and for the sum of the initial n terms of a geometric sequence;</p> <p>6) uses the properties of sequences, including arithmetic and geometric ones, to solve problems, also those which are set in a practical context.</p>
7. Trygonometria / 7. Trigonometry	
<p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;</p> <p>2) korzysta ze wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$</p> <p>3) stosuje twierdzenie cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$</p> <p>4) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty m.in. z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów).</p>	<p>1) uses definitions of functions: sine, cosine and tangent for angles from 0° to 180°, in particular finds values of trigonometric functions for the angles 30°, 45°, 60°;</p> <p>2) takes advantage of the formulae $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$</p> <p>3) uses the law of cosines and the formula for the area of a triangle $P = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$</p> <p>4) calculates the angles of a triangle and the lengths of its sides given appropriate data (solves triangles using, among other methods, the law of cosines).</p>
8. Planimetria / 8. Plane geometry	
<p>1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</p> <p>2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;</p> <p>3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;</p> <p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombách i trapezách;</p> <p>5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;</p> <p>6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;</p> <p>7) stosuje twierdzenia: Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;</p> <p>8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;</p> <p>9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur</p>	<p>1) determines radii and diameters of circles, the lengths of chords of circles and of tangent segments also by means of the Pythagorean theorem;</p> <p>2) recognises acute, right-angled and obtuse-angled triangles with given side lengths (uses, among other methods, the converse of the Pythagorean theorem and the law of cosines); applies the theorem: in a triangle the longest side is opposite the largest interior angle;</p> <p>3) recognises regular polygons and uses their basic properties;</p> <p>4) uses the properties of angles and diagonals in rectangles, parallelograms, rhombuses, and trapezoids;</p> <p>5) applies properties of inscribed and central angles;</p> <p>6) applies formulae for the area of a sector of a disc and the arc length of a circle;</p> <p>7) applies Thales's theorem, the angle bisector theorem and the tangent-chord theorem;</p>

<p>podobnych;</p> <p>10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;</p> <p>11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.</p>	<p>8) uses the triangle similarity criteria;</p> <p>9) uses the relationships between circumferences of similar figures and between the areas of similar figures;</p> <p>10) indicates the basic points of interest in a triangle: the centre of a circle inscribed in a triangle, the centre of a circle described on a triangle, the centre of gravity and uses their properties;</p> <p>11) applies trigonometric functions to determine the length of segments in plane figures and to calculate the areas of figures.</p>
<p>9. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej / 9. Coordinate geometry in Cartesian plane</p>	
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;</p> <p>2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);</p> <p>3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;</p> <p>4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;</p> <p>5) oblicza odległość punktu od prostej;</p> <p>6) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).</p>	<p>1) recognises the relative position of lines on a plane based on their equations, including finding the point of intersection of two lines, if it exists;</p> <p>2) uses the equation of a line on a plane in the slope-intercept form and also determines its equation based on the given data (such as, for example, its passing through two given points, the known slope, its being parallel or perpendicular to another line, its tangency to a circle);</p> <p>3) calculates the distance between two points in the coordinate system;</p> <p>4) uses the equation of a circle $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$</p> <p>5) calculates the distance of a point from a line;</p> <p>6) determines the images of circles and polygons in axial symmetries with respect to the coordinate system axis, central symmetry (centred at the origin of the coordinate system).</p>
<p>10. Stereometria / 10. Stereometry</p>	
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;</p> <p>2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;</p> <p>3) rozpoznaje w graniastoslupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastoslupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</p> <p>5) wykorzystuje zależność między objętościami graniastoslupów oraz ostrosłupów podobnych.</p>	<p>1) recognises the relative position of lines in space, especially non-intersecting, perpendicular lines;</p> <p>2) uses the concept of an angle between a straight line and a plane;</p> <p>3) recognises angles between segments in prisms and pyramids (e.g. between two edges, between an edge and a diagonal) and calculates the measures of these angles;</p> <p>4) calculates the volumes and surface areas of prisms and pyramids, also using trigonometry and known theorems;</p> <p>5) uses the relationship between the volumes of similar prisms and between the volume of similar pyramids.</p>

11. Kombinatoryka / 11. Combinatorics	
1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż: a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2; b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.	1) counts objects in simple combinatorial situations; 2) counts objects, applying the rules of multiplication and addition (also in combination) for any number of operations in situations no more difficult than: a) calculating how many four-digit integers which are positive and odd there are such that their decimal notation contains exactly one digit 1 and exactly one digit 2; b) calculating how many four-digit integers which are positive and even there are such that their decimal notation contains exactly one digit 0 and exactly one digit 1.
12. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka / 12. Probability theory and statistics	
1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym; 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę; 3) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych.	1) calculates the probability using the classical probability model; 2) calculates the arithmetic mean and weighted average, finds the median and mode; \ 3) calculates the standard deviation of a data set (also in the case of appropriately grouped data), interprets this parameter for empirical data.
13. Optymalizacja i rachunek różniczkowy / 13. Optimization and differential calculus	
1) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.	1) solves optimization tasks in situations that can be described by a quadratic function.